1) Divide los siguientes polinomios por el método general y expresa el resultado de la forma $D = d \cdot c + r$:

a)
$$(3x^3 - 9x^2 + 9x - 3) : (x - 1)$$

b)
$$(x^3 - 2x^2 + 1) : (2x^2 - x + 2)$$

c)
$$(3x^4 - 2x^3 + x^2 - 3) : (2x^2 - 3)$$

d)
$$(3x^4 - 2x^3 + x^2 - 3) : (x + 2)$$

e)
$$(3x^5 + 2x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 3x + 1) : (3x^2 + 2x + 1)$$

2) Factoriza los siguientes polinomios usando la regla de Ruffini:

a)
$$x^3 - 6x^2 + 11x - 6$$

d)
$$x^4 - 10x^2 + 9$$

b)
$$x^3 - 3x^2 + 3x - 1$$

e)
$$x^6+4x^5-6x^4-28x^3+17x^2+48x-36$$

c)
$$x^3 + x^2 - 5x + 3$$

f)
$$x^6 - x^4 - x^2 + 1$$

3) Factoriza los siguientes polinomios:

a)
$$x^3 + x$$

d)
$$x^5 - 7x^4 + 15x^3 - 9x^2$$

b)
$$x^3 - x$$

e)
$$x^5 - 5x^3 + 4x$$

c)
$$x^4 - 5x^3 + 6x^2$$

f)
$$x^7 + 4x^6 - 2x^5 - 12x^4 + 9x^3$$

4) Opera las siguientes fracciones algebraicas:

a)
$$\frac{3x}{x+1} + \frac{x+2}{x^2-1}$$

b)
$$\frac{3}{x-3} - \frac{x+1}{x^2 - 6x + 9}$$

c)
$$\frac{x+1}{x} + \frac{x}{x+1} - \frac{x^2+1}{x^2+x}$$

d)
$$\frac{x}{x+1} - \frac{x}{x-1} + \frac{x^2}{x^2 - 1}$$

e)
$$\frac{x-2}{x^2+4x+4} - \frac{x-2}{x+2} + \frac{x^3+2x+4}{x^3+4x^2+4x}$$

f)
$$\frac{x}{x^2-1} + \frac{x^3-3x^2-x+1}{x^3-x^2-x+1} + \frac{x}{x^2-2x+1}$$

NIVEL 4 Álgebra III

SOLUCIONES:

1) a)
$$3x^3 - 9x^2 + 9x - 3 = (x - 1) \cdot (3x^2 - 6x + 3)$$

b)
$$3x^3 - 9x^2 + 9x - 3 = (x - 1) \cdot \left(\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}\right) + \frac{x}{4} - \frac{3}{2}$$

c)
$$3x^4 - 2x^3 + x^2 - 3 = (2x^2 - 3) \cdot \left(\frac{3}{2}x^2 - x + \frac{11}{4}\right) + 3x + \frac{21}{4}$$

d)
$$3x^4 - 2x^3 + x^2 - 3 = (x + 2) \cdot (3x^3 - 8x^2 + 17x - 34) + 65$$

e)
$$3x^5 + 2x^4 + 4x^3 + 5x^2 + 3x + 1 = (3x^2 + 2x + 1) \cdot (x^3 + x + 1)$$

2) a)
$$(x-1)\cdot(x-2)\cdot(x-3)$$
 ; b) $(x-1)^3$; c) $(x-1)^2\cdot(x+3)$; d) $(x+1)\cdot(x-1)\cdot(x+3)\cdot(x-3)$;

e)
$$(x-1)^2 \cdot (x+2) \cdot (x-2) \cdot (x+3)^2$$
; f) $(x-1)^2 \cdot (x+1)^2 \cdot (x^2+1)$

$$3) \ a) \ x \cdot (x+1) \ ; \ b) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \ ; \ c) \ x^2 \cdot (x-2) \cdot (x-3) \ ; \ d) \ x^2 \cdot (x-1) \cdot (x-3)^2 \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x+2) \cdot (x-2) \ ; \ (x+2) \cdot (x-3) \ ; \ d) \ x^2 \cdot (x-3) \cdot (x-3)^2 \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-3)^2 \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \ ; \ d) \ x^2 \cdot (x-3) \cdot (x-3)^2 \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-3)^2 \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-3)^2 \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-3)^2 \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-3)^2 \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-3)^2 \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-3)^2 \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \ ; \ e) \ x \cdot (x+1) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-2) \cdot (x-3) \cdot$$

f)
$$x^3 \cdot (x-1)^2 \cdot (x+3)^2$$

4) a)
$$\frac{3x^2-2x+2}{x^2-1}$$
 ; b) $\frac{2\cdot(x-5)}{(x-3)^2}$; c) $\frac{x+2}{x+1}$; d) $\frac{x\cdot(x-2)}{(x-1)\cdot(x+1)}$; e) $\frac{1}{x}$; f) 1