INFINITOS NÚMEROS PRIMOS

Demostrar que el número de números primos es infinito.

Demostraremos esto por reducción al absurdo; partiendo de la suposición de que los números primos no son infinitos (es decir, que hay un número primo que es mayor que todos los demás) llegaremos a una contradicción, luego tendremos que concluir que la suposición de partida es falsa.

Supongo que el mayor número primo es el número k. Entonces habrá un número compuesto por el producto de TODOS los números primos:

$$p = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot \ldots \cdot k$$

El número $p+1$ no es primo, ya que es mayor que k, que es el **mayor número primo**. Si no es primo, es que es **divisible** por algún número primo entre 2 y k. Sea este número n:

$$p+1 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot n \cdot \ldots \cdot k + 1$$

$$\frac{p+1}{n} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot n \cdot \ldots \cdot k}{n} + \frac{1}{n} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \ldots \cdot k + \frac{1}{n}$$

Seguro que **p es divisible por n**, porque está formado por el producto de todos los primos **incluido n**. Pero: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot k + \frac{1}{n} \notin \mathbb{N} \quad \forall\, n > 1$

Luego $p+1$ no es divisible por ningún número distinto de 1. Luego ***p+1 es primo***.

Pero $p+1 > k$, y habíamos supuesto que k es el mayor número primo.

Hemos llegado a una **contradicción** suponiendo que los números primos tienen un límite superior, luego no tienen límite superior (es decir, son INFINITOS).

Quod erat demostrandum

Otras demostraciones: http://es.wikipedia.org/wiki/Teorema_de_Euclides