TRIÁNGULOS EQUILÁTEROS EN LA CIRCUNFERENCIA

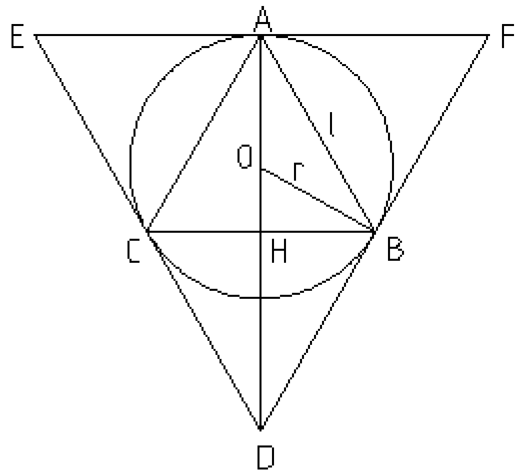
¿Cuál es el lado del triángulo equilátero inscrito en una circunferencia de radio *r*?

¿Y el de un triángulo equilátero circunscrito a ella?

Conocimientos necesarios:

- Puntos notables de un triángulo.
- Teorema de Pitágoras.
- Operaciones con potencias y raíces.

SOLUCIÓN:



Por tratarse de triángulos equiláteros, tanto el circuncentro como el incentro coinciden con el baricentro. Por tanto:

$$HO=\frac{1}{3}\cdot HA$$

$$DO=\frac{2}{3}\cdot DA$$

TRIÁNGULO INSCRITO

Por el teorema de Pitágoras: $AB^2 = AH^2 + HB^2$

AB = l

HB = l/2

$$AH=\sqrt{l^2-\left(\frac{l}{2}\right)^2}=\frac{l}{2}\cdot\sqrt{3}$$

$$r=OA=\frac{2}{3}\cdot AH=\frac{2}{3}\cdot\frac{l}{2}\cdot\sqrt{3}$$

$$r=\frac{l}{3}\cdot\sqrt{3}$$

Despejando l:

$$l=\frac{3\cdot r}{\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{3\cdot r}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$l=r\cdot\sqrt{3}$$

TRIÁNGULO CIRCUNSCRITO

Por el teorema de Pitágoras: $FD^2 = AD^2 + AF^2$

$FD = L$

$AF = L/2$

$$AD=\sqrt{L^2-\left(\frac{L}{2}\right)^2}=\frac{L}{2}\cdot\sqrt{3}$$

$$r=OA=\frac{1}{3}\cdot AD=\frac{1}{3}\cdot\frac{L}{2}\cdot\sqrt{3}$$

$$r=\frac{L}{6}\cdot\sqrt{3}$$

$$\mathit{Despejando}\, L:$$

$$L=\frac{6\cdot r}{\sqrt{3}}=$$

$$=\frac{6\cdot r}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$L=2\cdot r\cdot\sqrt{3}$$

También, aplicando el teorema de Tales: como OD = 2 · OA, el triángulo DEF es el doble que el triángulo ABC, así que su lado L debe ser el doble que l.